

Dionysis Konstantinou · Corina Toma



## Călătorie în spațiu



## INTRODUCERE

Imaginați-vă o călătorie de pe o planetă pe alta. De ce trebuie să ne rotim mai întâi pe orbite circulare în loc să mergem direct spre planeta dorită? Înainte de a pleca în călătoria noastră trebuie să luăm în considerare: viteza de revoluție a planetei de pe care plecăm, viteza necesară a rachetei și momentul optim de lansare a rachetei (dacă pierdem acest moment, atunci vom trece pe lângă planeta de destinație, fără s-o putem observa). În final, trebuie să stabilim consumul de combustibil pentru întreaga călătorie deoarece nu avem stații de alimentare în spațiu. În această unitate de învățare, elevii află cum ajunge o rachetă pe o orbită circulară în jurul unei planete și apoi cum călătorește de la o planetă la alta pe o orbită de transfer Hohmann. Unitatea este recomandată pentru elevi cu vârsta cuprinsă între 12 și 19 ani. Materiile de studiu implicate: fizică, matematică, informatică și biologie.

## RESURSE

Elevii au nevoie de următoarele resurse: computer Intel Dual Core cu 2GB RAM; placă video cu accelerare 3D; sistem de operare Windows, Mac OS X sau Linux; rezoluție display: minim 1024 x 768; soft instalat: Oracle Java JRE 1.6; model de licență LGPL; acces la internet.

Pentru această unitate de învățare am creat două softuri: „Orbiting and Escaping” și „Solar System Travel” (vezi: [www.science-on-stage.de](http://www.science-on-stage.de)).

## CONȚINUT

Trebuie să recapitulăm mai întâi legea atracției universale, mișcarea circulară, legile lui Kepler, energia cinetică și potențială în câmp gravitațional.

### Mișcarea circulară în jurul unei planete și ieșirea din zona sa de influență

Elevii se vor familiariza cu valorile mărimilor fizice caracteristice mișcării circulare a unui satelit în jurul unei planete și cu cele ale mișcării unei planete pe orbita sa. Ei vor da o mare atenție vitezei pe o traiectorie circulară și vitezei necesare pentru a scăpa de sub influența câmpului gravitațional al planetei. Elevii pot deduce relațiile de calcul pentru aceste două viteze, utilizând softul „Orbiting and Escaping”. Apoi ei pot verifica valorile calculate cu softul „Solar System Travel”.

Modelul „tunului lui Newton” stă la baza aplicației „Orbiting and Escaping”. Isaac Newton a formulat un experiment ipotetic: Dacă ne-am urca pe vârful celui mai înalt munte de pe Pământ și de acolo am lansa orizontal un proiectil cu viteza potrivită, într-o perioadă în care Pământul nu are atmosferă, atunci am putea face din acest proiectil un satelit artificial, care să se miște pe o orbită circulară în jurul Pământului.

### Călătorind de la o planetă pe alta pe o orbită de transfer Hohmann

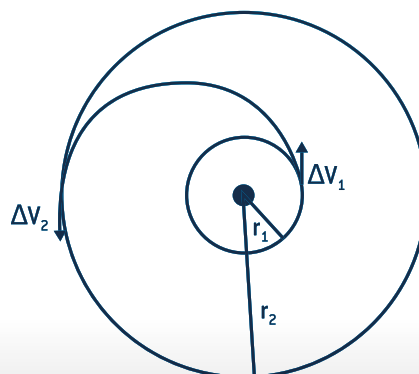
Folosind aplicația „Solar System Travel”, elevii trebuie să aleagă de la care planetă vor să plece și să decidă spre care planetă vor să călătorească. Prin apăsarea butonului „Hohmann” ei vor putea să vadă elipsa de transfer dintre cele două planete. Elipsa se rotește continuu. La momentul potrivit, în care poziția planetelor face posibilă călătoria, elipsa se oprește și se poate observa racheta, zburând spre planeta de destinație. Aplicația calculează timpul necesar pentru fiecare parcurs.

Transferul pe o orbită Hohmann poate fi realizat cu propulsie doar la începutul și sfârșitul călătoriei. Pe elipsă, consumul de combustibil este minim pentru că și variațiile energiei cinetice sunt minime.

Pentru a trece de pe o orbită de rază  $r_1$  pe o orbită de rază  $r_2$ , folosim o traiectorie eliptică cu axa mare  $= r_1 + r_2$ , numită orbită de transfer Hohmann (figura ①).

Racheta trebuie să-și modifice viteza de două ori: o dată la începutul traiectoriei eliptice și altă dată la sfârșit. Aceasta se face cu așa numitul impuls de viteză delta v ( $\Delta v$ ). Această modificare a vitezei este o măsură a

### ① Hohmann-Transferbahn



„efortului” care este necesar pentru a schimba traiectoria în timpul unei manevre orbitale.

Se consideră că racheta se mișcă pe orbita circulară inițială de rază  $r_1$  cu viteza  $v_1$  și ajunge pe orbita circulară finală de rază  $r_2$  cu viteza  $v_2$ . În mișcarea circulară forța de atracție gravitațională este egală cu forța centrifugă:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r},$$

unde  $M$  este masa Soarelui,  $m$  este masa rachetei,  $r$  raza orbitei și  $G$  este constanta atracției universale. Vitezele  $v_1$  și  $v_2$  sunt date de:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}} \text{ și } v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}}.$$

Transferul Hohmann constă dintr-un impuls  $\Delta v_1$ , care propulsează racheta pe orbita eliptică de transfer și un alt impuls  $\Delta v_2$ , care propulsează racheta pe orbita circulară de rază  $r_2$  cu viteza  $v_2$ . Energia totală a rachetei este suma dintre energia cinetică și cea potențială și este egală cu jumătate din energia potențială pentru semi-axa mare  $a$ :

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{GMm}{2a}, \text{ unde } a = \frac{r_1 + r_2}{2}.$$

Soluțiile acestei ecuații este viteza  $v'_1$  la punctul inițial al traiectoriei eliptice (periheliu) și viteza  $v'_2$  la punctul final (afeliu):

$$v'_1 = \sqrt{GM \left( \frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_1 + r_2} \right)} = v_1 \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}}$$

$$\text{și } v'_2 = \sqrt{GM \left( \frac{2}{r_2} - \frac{2}{r_1 + r_2} \right)} = v_2 \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}}.$$

În acest caz, impulsurile de viteză sunt:

$$\Delta v_1 = v'_1 - v_1 = v_1 \left( \sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right)$$

$$\text{și } \Delta v_2 = v_2 - v'_2 = v_2 \left( 1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right).$$

### Important

- ▮ Dacă  $\Delta v_i > 0$ , atunci consumul de energie al rachetei este pentru accelerare. Dacă  $\Delta v_i < 0$ , atunci consumul de energie al rachetei este pentru frânare.
- ▮ Legea a III-a a lui Kepler prevede pentru **timpul de transfer** de la periheliu la afeliu:

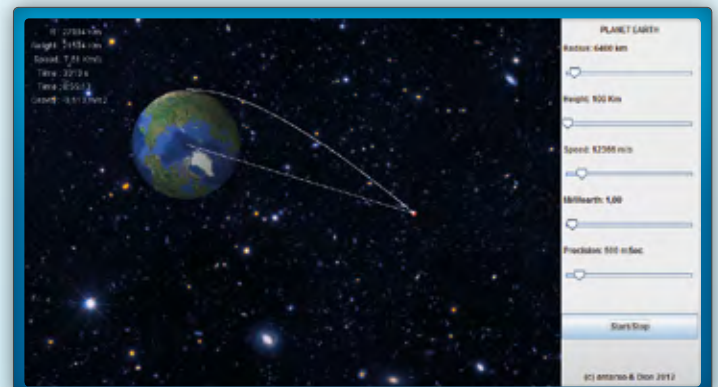
$$t = \pi \sqrt{\frac{(r_1 + r_2)^3}{8GM}}.$$

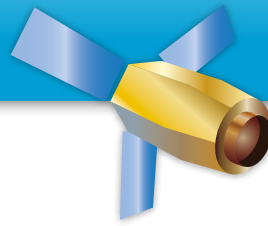
### ▮ Momentul potrivit de lansare

Configurația celor două planete este decisivă pentru momentul de lansare. Racheta trebuie să ajungă la orbita planetei de destinație simultan cu planeta. Această cerință a dat naștere conceptului de fereastră de lansare a rachetei.

### Activitățile elevilor ce utilizează aplicația „Orbiting and Escaping”

**Cum să găsești prima și a doua viteză cosmică.** Elevii pot determina viteza pe o orbită circulară în jurul Pământului (prima viteză cosmică) și viteza de evadare (a doua viteză cosmică) cu opțiunea „Earth” din aplicație. Ei constată că se întâmplă când viteza inițială este mai mare sau mai mică decât prima viteză cosmică.





**Cum să deduci formulele utilizând aplicația.** Utilizând o metodă experimentală virtuală, elevii vor deduce formulele pentru viteza unui satelit aflat pe o orbită circulară în jurul unui corp ceresc și pentru viteza de evadare față de acesta. Ei vor descoperi aspectele specifice ale teoriei atracției universale a lui Newton. În primul rând, prin prelucrarea datelor experimentale, elevii vor găsi fiecare formulă ca o relație de proporționalitate. O abordare mai avansată le va permite să găsească coeficientul de proporționalitate și să transforme relația de proporționalitate într-o egalitate.

Cu opțiunea „Green Planet” (orice altă alegere în afara  $M_i/M_{\text{Earth}} = 1$  și raza = 6400 km, unde  $M_i$  este masa planetei, exprimată în funcție de masa Pământului) elevii pot deduce formula vitezei pe o traiectorie circulară. Pentru aceasta, ei aleg o anumită valoare pentru rază și stabilesc care este viteza pe orbita circulară pentru diferite valori ale masei planetei. După ce ajung la o concluzie în ceea ce privește dependența dintre viteza circulară și masa planetei, elevii pot găsi și relația de proporționalitate. Repetând aceiași pași pentru o valoare fixă a masei planetei, dar valori diferite pentru  $R$  (rază + înălțime), elevii vor ajunge la a doua relație de proporționalitate.

Procesul de stabilire a formulei vitezei unui satelit pe o orbită circulară în jurul unei planete va fi complet când elevii vor trece de la relația de proporționalitate la una de egalitate. Întâi vor comasa cele două relații de proporționalitate în una singură. Apoi vor trasa graficul  $v_2 = f(M_i/R)$ , unde  $M_i$  este calculată în kg și este raportată la  $M_{\text{Earth}} = 6 \cdot 10^{24}$  Kg. Panta graficului este tocmai coeficientul căutat.

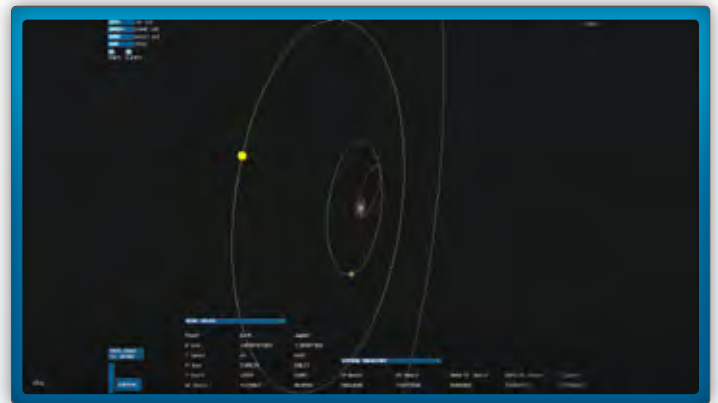
Aplicând aceleași idei și urmând același algoritm ca în activitatea precedentă, elevii pot deduce și formula de calcul pentru viteza de evadare,  $v_{\text{escape}}$ .

#### Activitățile elevilor ce utilizează aplicația „Solar System Travel”

Utilizând acest soft, elevii pot alege o călătorie între două planete. Ei pot citi direct valorile pentru vitezele fiecărei planete precum și pe cele de pe traiectoria Hohmann și le pot verifica cu formulele create cu ajutorul primei aplicații.

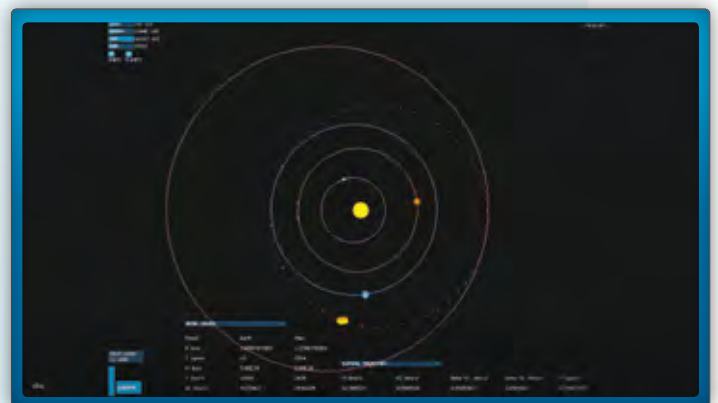
Elevii pot schimba unghiul planului orbitelor folosind butonul SHIFT, iar apoi pot mări sau micșora imaginea de pe ecran cu butonul SCROLL al mouse-ului.

Traectoria eliptică Hohmann (punctată) face o mișcare de rotație, urmând planeta de start a rachetei. Elevii apasă butonul Hohmann și așteaptă până ce elipsa se oprește. În acel moment configurația planetelor este favorabilă și racheta pornește în călătoria sa.



#### Studiul vitezelor și perioadelor orbitale pentru diferite planete

Elevii pot ajunge la concluzia că vitezele planetelor pe orbite se micșorează și perioadele orbitale cresc odată cu creșterea razei orbitei. Ei pot trasa graficele pentru vitezele planetelor și pentru perioadele de revoluție în funcție de de creșterea razei orbitelor  $r$ ,  $v = f(r)$  și  $T = f(r)$ .



#### Comparație între diferitele impulsuri de viteză necesare (delta - v)

Elevii trebuie să aleagă o orbită de transfer Hohmann de la Pământ către o planetă interioară, Venus sau Mercur. Ei pot observa că  $\Delta v_1 < 0$ . Dacă, în schimb, călătoresc spre o planetă mai depărtată de Soare, ei vor observa că  $\Delta v_1 > 0$ . Elevii pot concluziona că dacă intenționează să călătorească de pe o orbită spre alta mai mare, racheta trebuie să accelereze și să frâneze în caz contrar. Consumul de combustibil este același în ambele cazuri.

### Vitezele delta-v versus vitezele de evadare

Dacă elevii completează un tabel cu vitezele delta-v pentru fiecare călătorie și vitezele de evadare pentru fiecare planetă, ei pot observa cazuri în care cele două mărimi fizice au valori foarte apropiate. De exemplu, este imposibil să mergi de pe Pământ pe Uranus pe o orbită de transfer Hohmann și de aceea trebuie găsite soluții alternative.

### Posibile afecțiuni ale organismului astronautilor în timpul zborului

Folosind softul, elevii trebuie să compare timpul de transfer  $t$  pentru diferite călătorii spațiale. Ei pot observa că timpul necesar este mult mai lung când așteptăm pentru „fereastra de lansare” potrivită. În acest caz, elevii trebuie să ia în considerare consecințele unei călătorii spațiale prelungite în condiții de: microgravitate (slăbirea oaselor și a mușchilor inimii), prezența radiațiilor X și gama (deteriorarea celulelor) și de accelerare sau frânare puternică longitudinală (creșterea bruscă a cantității sângelui în capul sau în picioarele astronautilor). Elevii pot studia mai amănunțit deteriorările biologice în cazul unei călătorii spațiale și să realizeze postere pe această temă.

### CONCLUZII

Prin utilizarea acestor simulări elevii vor fi capabili să-și îmbogățească cunoștințele de bază despre Sistemul Solar și călătoriile spațiale. Așa cum am putut constata, tema este interdisciplinară, implicând nu numai fizica și informatica, ci și matematica și biologia.

Pentru a aprofunda acest subiect, elevii pot să învețe de asemenea despre posibilele consecințe ale perturbațiilor din timpul unei astfel de călătorii: perturbația determinată de un al treilea corp ceresc, perturbația datorată frecării cu atmosfera și perturbația datorată radiației solare. Elevii pot încerca să utilizeze alte manevre orbitale, ca de exemplu efectul de praștie gravitațională sau efectul Oberth.

